

Qメータ製作の課題 II (PVC 発生電圧)

「Qメータ製作の課題 I」に続いて、共振電圧が理論計算とシミュレーションとで差異が生じる  
ことについて考察する。

1-5. 共振時の R-L-C 直列回路の過渡応答では (その 3)

改めて Fig.1-4 で過渡応答を計算する。

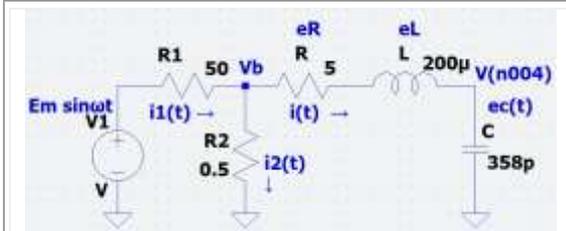


Fig.1-4 抵抗分割と R-L-C 直列回路

・電源 V1 からみた回路の総インピーダンスは  
 $Z_0 = R_1 + \frac{R_2 \cdot Z_s}{R_2 + Z_s}$  ,  $Z_s = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$   
 総電流  $i_1$  と R-L-C 直列回路に流れる  $i$  は  
 $i_1 = \frac{V_1}{Z_0} \rightarrow i_1 = \frac{V_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot Z_s}{R_2 + Z_s}}$  ,  $i = i_1 \times \frac{R_2}{R_2 + Z_s}$   
 共振により,  $Z_s = R$  ( $\because \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ )

$Z_s=R$ となるので、PVC への電流  $i_{fr}$  ( $=i(t)$ ) は式 1-15 で表され<sup>4)</sup>、発生する電圧  $e_c(t)$ はその積分  
で式 1-16 となる。また、 $R \geq 10 \times R_2$  と  $Z_s=R$  から、 $i(t)$ の最大値 (定常値) を  $V_b/R$  とした。

$$i(t) \doteq \frac{V_b}{R} (1 - e^{-\alpha t}) \sin \omega t \quad \dots \dots \dots 1-15$$

$$e_c(t) \doteq \frac{1}{C} \int \frac{V_b}{R} (1 - e^{-\alpha t}) \sin \omega t dt \quad \dots \dots \dots 1-16$$

$$\begin{aligned} &= \frac{V_b}{RC} \left\{ \int \sin \omega t dt - \int e^{-\alpha t} \sin \omega t dt \right\} = \frac{V_b}{RC} \left\{ \frac{-1}{\omega} \cos \omega t - \int e^{-\alpha t} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} dt \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ \frac{-1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \int e^{-\alpha t} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) dt \right\} = \frac{V_b}{RC} \left\{ \frac{-1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \int (e^{-\alpha t} e^{j\omega t} - e^{-\alpha t} e^{-j\omega t}) dt \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ \frac{-1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \int (e^{(-\alpha+j\omega)t} - e^{(-\alpha-j\omega)t}) dt \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ \frac{-1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \left[ \frac{1}{-\alpha+j\omega} e^{(-\alpha+j\omega)t} - \frac{1}{-\alpha-j\omega} e^{(-\alpha-j\omega)t} \right] \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \left[ \frac{1}{(-\alpha+j\omega)(-\alpha-j\omega)} \left( (-\alpha-j\omega)e^{(-\alpha+j\omega)t} - (-\alpha+j\omega)e^{(-\alpha-j\omega)t} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \left[ \frac{1}{\alpha^2+\omega^2} \left( -\alpha e^{-\alpha t} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) - j\omega e^{-\alpha t} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \right) \right] \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \left[ \frac{1}{\alpha^2+\omega^2} \left( -\alpha e^{-\alpha t} 2j \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} - 2j\omega e^{-\alpha t} \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{V_b}{RC} \left\{ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t - \frac{1}{2j} \left[ \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2+\omega^2} 2j \left( -\alpha\omega e^{-\alpha t} \sin \omega t - \omega^2 \cos \omega t \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\therefore e_c(t) \doteq -\frac{V_b}{R\omega C} \left[ \left( 1 - \frac{\omega^2 \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} \right) \cos \omega t - \frac{\alpha \omega \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} \sin \omega t \right] \quad \dots \dots \dots 1-17$$

4) 過渡現象計算法 森脇義雄著 産業図書株式会社 昭和 25 年 3 月 1 日 27 頁 ~ 59 頁 (57 頁式 19(a)で  $\Phi = 0$ )

定常値  $\frac{V_b}{R\omega C}$  は「課題 I」の式 1-7 と同値であり、 $\frac{1}{\omega C}$  は周波数が高くなるに従い表 1-1 のように

増大するから、 $\frac{V_b}{R\omega C}$  も大きくなる。以上から Q は大きくなることが明らかである。

式 1-17 から  $ec(t)$  は定常値以上になることはないが、確認のため過渡応答が収束する 200 サイクル経過後の数値計算を以下に示す。

$$\alpha = \frac{RaR+1}{2\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)L} = 1.373\ 762\ 3 \times 10^4, \quad \beta = j\omega 1 \rightarrow \omega 1 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{RaR+1}{2\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)L}\right)^2} = 3.737\ 154 \times 10^6$$

$$e^{-\alpha t} = e^{-1.737\ 362\ 3 \times 10^4 \times 1.681\ 3 \times 10^{-6} \times 200} = e^{-4.619} = 0.009\ 86, \quad T = \frac{1}{fr} = 1.681\ 3 \times 10^{-6}, \quad V_b = 0.01$$

$$\frac{V_b}{R\omega 1 C} = \frac{0.01}{5 \times 3.737\ 154 \times 10^6 \times 358 \times 10^{-12}} = 1.495, \quad \left(1 - \frac{\omega 1^2 \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega 1^2}\right) \cong 1 - 0.009\ 86 = 0.99, \quad \frac{\alpha \omega 1 \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega 1^2} \cong 0$$

$$\cos \omega 1 t = \cos(3.737\ 154 \times 10^6 \times 1.681\ 3 \times 10^{-6} \times 200) \cong 1$$

$$\sin \omega 1 t = \sin(3.737\ 154 \times 10^6 \times 1.681\ 3 \times 10^{-6} \times 200) = 0.018\ 34$$

注1)  $\alpha$  は本 HP トップ設計ノートに掲載の pdf ファイル「ブロック線図と伝達関数 I」参照。  
 注2)  $\sin()$ ,  $\cos()$  の  $()$  内はラジアン値  $\rightarrow \frac{180}{\pi}$  を掛算して度に変換する(有効桁数が多くして精度を確保)。  
 定常値は周期  $1.68\ \mu s \times 200$  サイクルで約  $330\ \mu s$  経過後の値とした。

$$\therefore ec(t) = -1.495 \times 0.99 \times 1 = -1.48\ V^{5)} \quad \dots \dots \dots 1-18$$

結果、式 1-8 と同値となり式 1-7 の考え方も十分と考えられる。

「課題 I」の式 1-8 及び式 1-13 と式 1-18 の 3 式で同じ結果だが、表 1-1 の  $V_c(ec)$  約  $0.6\ V$  とは一致しない。この差異は何故生じるのか？

引き続き推考していく。

5) キャパシタに流れる電流は電圧よりも 90 度進むため、負号は電流に対して電圧の位相遅れと解釈する。