3.抵抗分割回路と R-L-C 直列回路 2

Fig.3-1 の回路で V1 から R-L-C 直列回路の電流 i への伝達関数をブロック線図から求める。

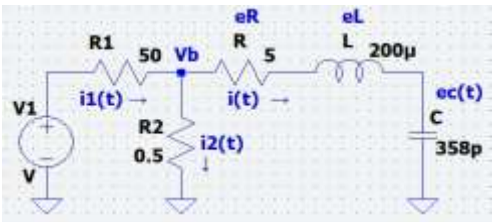
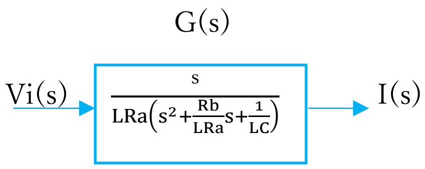


Fig.3-1 抵抗分割した R-L-C 直列回路

1.R, L, C の構成により二階線形微分方程式となる。
ブロック線図を作成して伝達関数を求める。
後の利用のため，抵抗分割の R1 と R2 を追加した。
2.初期値は全て 0 とする。
3.素子はラプラス変換表現する。
※本 HP 設計ノート「ブロック線図と伝達関数 I」と同回路

Fig.3-1 のブロック線図は最終形として Fig.3-2 のように表現されることが多い。



$$\frac{s}{LRa\left(s^2+\frac{Rb}{LRa}s+\frac{1}{LC}\right)}$$

Fig.3-2 入出力の伝達関数

[G(s)の関係式]

$Ra = 1 + \frac{R1}{R2}$ ， $Rb = RaR + R1$， 分母は二次方程式の根から

$$s1 = -\frac{Rb}{2LRa} + \sqrt{\left(\frac{Rb}{2LRa}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad , \quad s1 = -\frac{Rb}{2LRa} - \sqrt{\left(\frac{Rb}{2LRa}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

となる（ラプラス逆変換時，部分分数にする際用いる）。

これに対して Fig.3-2 とは異なる表現のブロック線図を Fig.3-3 に示す。

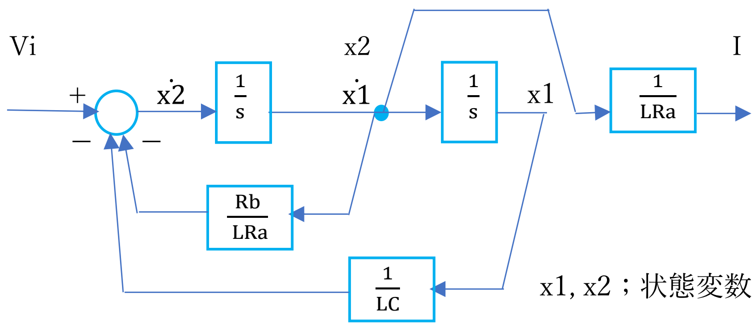


Fig.3-2 の G(s)で分子の s は演算子 $\frac{1}{s}$ の左側(微分)からの出力

Fig.3-3 状態変数で表現したブロック線図

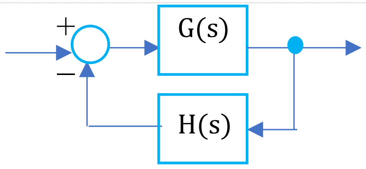
この線図は積分器 $\frac{1}{s}$ の数に対応する状態変数を x として描いたもので以下の諸式が成立する。

状態方程式（同伴形式 ）

$$\begin{cases} \dot{x}1 = x2 \\ \dot{x}2 = -\frac{Rb}{LRa}x2 - \frac{1}{LC}x1 + Vi \\ I = \frac{1}{LRa}x2 \end{cases}$$

但し $\dot{x}2 = \frac{d}{dt}x2$ ，$\dot{x}1 = \frac{d}{dt}x1$ を表す。

またこの線図には以下 1）～ 3)のような特長がある。



$$Ga(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

Fig.3-4 一般的フィードバックブロック線図

1） 本例は 1 入力 1 出力だが，多入力多出力記述に対応する
2） 状態方程式から数値演算（シミュレーション）ができる
3） 必要なら Fig.3-2 へと戻せる
Fig.3-4 にて主系路 $G(s) \equiv \frac{1}{s}$ ， フィードバック系路 $H(s) \equiv \frac{Rb}{LRa}$ ，$\frac{1}{LC}$ 相当として合成・統合すればよい。

2)は状態方程式が実時間領域における表現であることから．コンピュータによるオンライン制御を行う際に適しているなど大きな利点を有する [3-1)]。

3)に記載した Fig.3-4 Ga(s)の式を用いて Fig.3-3 を Fig.3-2 に戻す経過を次頁に示す。

3-1）システム制御理論 伊藤正美著 株式会社 昭晃堂 昭和 52 年 4 月 30 日（2 回修正）版 15 頁

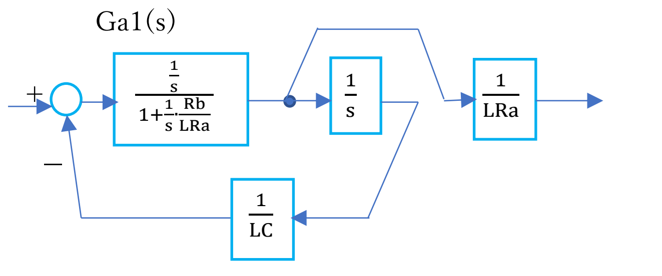


Fig.3-5

① $G(s)=\frac{1}{s}$, $H(s)=\frac{Rb}{LRa}$ として合成する。

$$Ga1(s)=\frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}\cdot\frac{Rb}{LRa}}$$

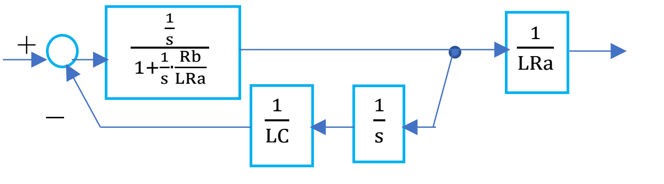


Fig.3-6

② 主経路の $\frac{1}{s}$ を フィードバック経路に移動

③ $G(s)=Ga1(s)=\frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}\cdot\frac{Rb}{2LRa}}$, $H(s)=\frac{1}{s}\times\frac{1}{LC}$

とみなして両者を合成する。

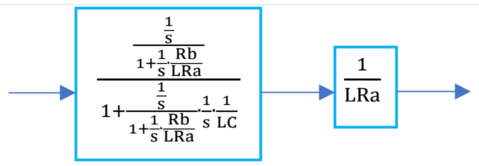


Fig.3-7

④ フィードバック経路の合成が完了

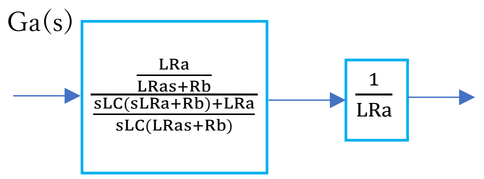


Fig.3-8

⑤ Ga(s)内の計算

$Ra=1+\frac{R1}{R2}$, $Rb=RaR+R1$

G(s)

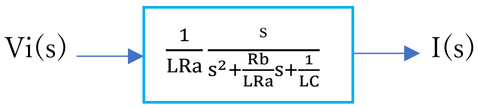


Fig.3-9

⑥ Fig.3-2 のブロック線図に戻せた。

2）で掲げた状態方程式による数値演算プログラムの骨子を以下に示す。
現在なら数値演算や結果グラフの表示はシミュレータ LTspice などが利用できる。

1 X10 = 0.0 初期値設定	8 X1DOT = X20 主演算	IF(N − 200) 18,16,16
X20 = 0.0 初期値設定	X2DOT = − X20 * RB/(LRA)	16 WRITE( ) T2,X1,X2,I 出力
DT = 0.001 ΔT ; 演算間隔	− X10/(LC) + Vi	N = 0 出力カウンタ初期化
N = 0 初期値設定	X1 = X10 + X1DOT * DT ΔT 経過時の X1	18 IF(T2 − TF)19,19,20 終了判定
Vi = 1.0 入力電圧	X2 = X20 + X2DOT * DT ΔT 経過時の X2	19 X10 = X1 初期値置換更新
TF = 20.0 終了時間	I = X1/(LRA) 出力値	X20 = X2 初期値置換更新
T2 = 0.0 出力間隔	T2 = T2 + DT ΔT 経過時の T2	GO TO 8 演算繰返し
	N = N + 1 数値出力カウンタ	20 STOP

※L，C，RA，RB の具体的初期値設定は省略した。